Obwody prądu stałego

Elementy i połączenia

prawo Ohma $$U = RI$$

Element liniowy o stałej rezystancji. U i I dotyczą tego samego elementu lub wybranego połączenia traktowanego jako dwójnik; dla całego połączenia U jest napięciem między jego zaciskami.

konduktancja $$G = \frac{1}{R}$$

R ≠ 0.

ładunek przy stałym prądzie $$Q = It$$

Stały prąd w przedziale t.

prąd chwilowy $$I = \frac{dQ}{dt}$$

Q jest różniczkowalną funkcją czasu.

opór przewodnika $$R = \rho\frac{l}{A}$$

Jednorodny przewodnik o stałym przekroju A > 0.

gęstość prądu $$J = \frac{I}{A}$$

Jednorodny rozkład prądu w przekroju.

temperaturowa zmiana oporu $$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Przybliżenie liniowe w zakresie temperatur, w którym α jest stałe. Współczynnik α podaje się dla temperatury odniesienia T_0 (zwykle 20 °C): weź T_0 z tablicy, z której pochodzi α. T i T_0 możesz podać w °C albo w K, bo liczy się tylko różnica T − T_0.

rezystory szeregowe $$R_s = \sum_k R_k$$

Przez każdy rezystor płynie ten sam prąd.

rezystory równoległe $$\frac{1}{R_p} = \sum_k \frac{1}{R_k}$$

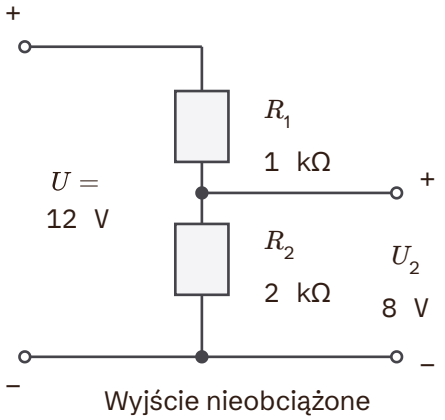
Rezystancje dodatnie; jednakowe napięcie na gałęziach.

dwa rezystory równoległe $$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

R1 i R2 dodatnie.

dzielnik napięcia $$U_2 = U\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Dwa rezystory szeregowo; wyjście bez dodatkowego obciążenia. U to napięcie zasilające dzielnik, czyli napięcie na R_1 i R_2 razem, a U_2 to napięcie na R_2.



Dzielnik napięcia bez obciążenia. Dwa rezystory szeregowo zasilone napięciem U = 12 V. U_2 = 8 V mierzymy między końcami R_2 = 2 kΩ, przy R_1 = 1 kΩ. Otwarte zaciski wyjścia oznaczają brak dodatkowego obciążenia.

dzielnik prądu $$I_1 = I\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Dwie rezystancje połączone równolegle. R_1 to rezystancja gałęzi, w której płynie I_1, a R_2 to rezystancja drugiej gałęzi. W liczniku stoi rezystancja drugiej gałęzi: przez mniejszą rezystancję płynie większy prąd.

pierwsze prawo Kirchhoffa $$\sum_k I_k = 0$$

Prądy algebraiczne; konsekwentne znaki wpływu i wypływu z węzła.

drugie prawo Kirchhoffa $$\sum_k U_k = 0$$

Obwód skupiony; znaki napięć zgodne z kierunkiem obiegu oczka.

moc elektryczna DC $$P = UI$$

Prąd stały; konwencja odbiornikowa znaków.

straty Joulea $$P = I^2 R$$

Rezystor omowy.

energia przy stałej mocy $$W = Pt$$

P to moc stała lub średnia w rozpatrywanym przedziale czasu.

Metody analizy

równanie metody potencjałów węzłowych $$\sum_j G_{ij}(V_i - V_j) = I_i$$

Węzeł odniesienia ustala zero potencjału; I_i to prąd wpływający z niezależnych źródeł. Sumujemy po węzłach j połączonych gałęzią z węzłem i.

zamiana trójkąta na gwiazdę $$R_A = \frac{R_{AB}R_{CA}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}} \quad R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}} \quad R_C = \frac{R_{BC}R_{CA}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}}$$

Równoważność trójzaciskowa; rezystancje dodatnie. Analogicznie dla impedancji przy niezerowym mianowniku.

rezystancja zastępcza źródła $$R_{th} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$$

Liniowy dwójnik z dodatnią rezystancją wewnętrzną i niezerowym prądem zwarcia; U_{oc} i I_{sc} oznaczają wartości bezwzględne. Wzór w tej postaci nie obejmuje źródeł o ujemnej rezystancji zastępczej.

prąd Nortona $$I_N = \frac{U_{oc}}{R_{th}}$$

Układ liniowy, $R_{th} \neq 0$ (źródło napięcia bez rezystancji wewnętrznej nie ma zastępnika Nortona).

Kondensatory i cewki

Magazynowanie energii

ładunek kondensatora $$Q = CU$$

Pojemność C nie zależy od napięcia.

energia kondensatora $$W_C = \frac{CU^2}{2}$$

Pojemność C nie zależy od napięcia. Energia zależy od U², więc znak napięcia jej nie zmienia.

prąd kondensatora $$I = C\frac{dU}{dt}$$

Strzałka prądu wchodzi do okładki, względem której mierzymy napięcie U, a pojemność jest stała. Prąd płynie tylko wtedy, gdy napięcie się zmienia.

pojemność kondensatora płaskiego $$C = \frac{\varepsilon A}{d}$$

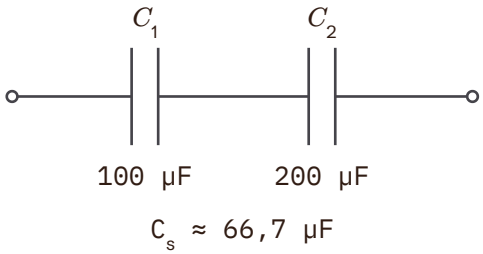
Okładki są równoległe, odstęp d jest znacznie mniejszy od ich wymiarów, a między nimi jest jednorodny dielektryk. Gdy zadanie podaje względną przenikalność ε_r, wpisz $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$.

kondensatory równoległe $$C_p = \sum_k C_k$$

Napięcie dopuszczalne całej baterii to napięcie dopuszczalne najsłabszego kondensatora.

kondensatory szeregowe $$\frac{1}{C_s} = \sum_k \frac{1}{C_k}$$

Kondensatory na początku są nienaładowane; wtedy każdy ma ten sam ładunek.



Pojemność dwóch kondensatorów szeregowych. Schemat: dwa kondensatory C_1 i C_2 połączone szeregowo w jednej gałęzi między dwoma zaciskami.

napięcie cewki $$U = L\frac{dI}{dt}$$

Strzałki napięcia i prądu mają ten sam zwrot, a indukcyjność jest stała. Opór uzwojenia pomijamy. Napięcie pojawia się tylko wtedy, gdy prąd się zmienia.

energia cewki $$W_L = \frac{LI^2}{2}$$

Indukcyjność nie zależy od prądu (rdzeń nie jest nasycony). Energia zależy od I², więc kierunek prądu jej nie zmienia.

cewki szeregowe bez sprzężenia $$L_s = \sum_k L_k$$

Cewki nie są sprzężone magnetycznie: pole jednej nie przenika drugiej.

Obwody magnetyczne

reluktancja obwodu magnetycznego $$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$$

Jednorodny odcinek o stałym przekroju, bez rozproszenia strumienia. Rdzeń nie jest nasycony: w nasyceniu μ spada, a $\mathcal{R}$ rośnie.

prawo obwodu magnetycznego $$\Phi = \frac{NI}{\mathcal{R}}$$

NI to siła magnetomotoryczna (przepływ), a $\mathcal{R}$ to reluktancja całej drogi strumienia, razem ze szczelinami powietrznymi.

indukcyjność wzajemna cewek $$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

k = 1 oznacza sprzężenie idealne, k = 0 brak sprzężenia. Wzór daje wartość M bez znaku.

Stany nieustalone RC i RL

Odpowiedź pierwszego rzędu

stała czasowa RC $$\tau = RC$$

R jest rezystancją zastępczą widzianą przez kondensator; R,C > 0. R wyznaczamy z zacisków kondensatora w układzie po przełączeniu, po wyzerowaniu źródeł niezależnych (napięciowe zwieramy, prądowe rozwieramy); źródła zależne pozostają aktywne.

stała czasowa RL $$\tau = \frac{L}{R}$$

R jest rezystancją zastępczą widzianą przez cewkę; L,R > 0. R wyznaczamy z zacisków cewki w układzie po przełączeniu, po wyzerowaniu źródeł niezależnych (napięciowe zwieramy, prądowe rozwieramy); źródła zależne pozostają aktywne.

napięcie kondensatora po przełączeniu $$U = U_\infty + (U_0 - U_\infty)e^{-t/\tau}$$

Liniowy obwód pierwszego rzędu po pojedynczym przełączeniu, t ≥ 0. Po przełączeniu parametry i wymuszenie są stałe, U_∞ jest wartością ustaloną, $\tau > 0$.

rozładowanie kondensatora $$U = U_0 e^{-t/(RC)}$$

Rozładowanie idealnego kondensatora przez stały rezystor; t ≥ 0.

prąd cewki po przełączeniu $$I = I_\infty + (I_0 - I_\infty)e^{-t/\tau}$$

Liniowy obwód RL pierwszego rzędu, t ≥ 0.

RLC i opis operatorowy

równanie obwodu szeregowego RLC $$Lq'' + Rq' + \frac{q}{C} = u(t)$$

Elementy liniowe o stałych parametrach; i=q'. Warunki początkowe wyznaczają rozwiązanie.

impedancje operatorowe przy zerowych warunkach $$Z_L(s) = sL, \qquad Z_C(s) = \frac{1}{sC}$$

Transformata Laplace'a; dla niezerowych warunków początkowych należy dodać odpowiednie źródła zastępcze. Wzór na impedancję kondensatora wymaga s ≠ 0.

transmitancja układu $$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

Układ liniowy niezmienny w czasie, zerowe warunki początkowe; określ wejście i wyjście.

Prąd sinusoidalny i impedancja

Stan ustalony AC

napięcie sinusoidalne $$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

U_m jest amplitudą; faza w radianach.

pulsacja $$\omega = 2\pi f$$

f ≥ 0.

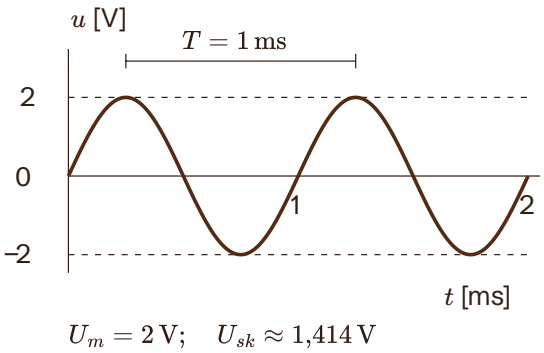
okres przebiegu $$T = \frac{1}{f}$$

f > 0.

wartość skuteczna sinusoidy $$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Wyłącznie sinus bez składowej stałej; U_m ≥ 0.

Dwa okresy sinusoidy bez składowej stałej



$U_m = 2\,\mathrm{V}; \quad U_{sk} \approx 1{,}414\,\mathrm{V}$

Sinusoida: amplituda, okres i wartość skuteczna, legenda

wielkość	odczyt lub działanie	wynik
amplituda	od osi do maksimum	2 V
międzyszczytowa	od minimum do maksimum	4 V
okres	między sąsiednimi maksimami	1 ms
częstotliwość	1 / 0,001 s	1000 Hz
wartość skuteczna	2 V / √2	około 1,414 V

Sinusoida: amplituda, okres i wartość skuteczna. Dla czystej sinusoidy bez składowej stałej: amplituda 2 V, napięcie międzyszczytowe 4 V, okres 1 ms. Wartość średnia po pełnym okresie wynosi 0 V. Relacja amplitudy i wartości skutecznej zależy od kształtu przebiegu.

wartość skuteczna prądu sinusoidalnego $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

Wyłącznie sinus bez składowej stałej; $I_m \geq 0$.

reaktancja indukcyjna $X_L = \omega L$

Cewka idealna, omega > 0.

reaktancja pojemnościowa $X_C = \frac{1}{\omega C}$

Dodatnia wartość reaktancji; omega,C > 0.

impedancja rezystora $Z_R = R$

Rezystor idealny; stan ustalony.

impedancja cewki $Z_L = j\omega L$

Konwencja zespolona exp(j omega t).

impedancja kondensatora $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

Konwencja exp(j omega t); omega,C > 0.

impedancja szeregowego RLC $Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$

Elementy idealne szeregowe; omega,C > 0. Konwencja zespolona exp(jωt).

moduł impedancji RLC $|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

Szeregowy obwód RLC.

admitancja $Y = \frac{1}{Z}$

Impedancja niezerowa; wielkości zespolone.

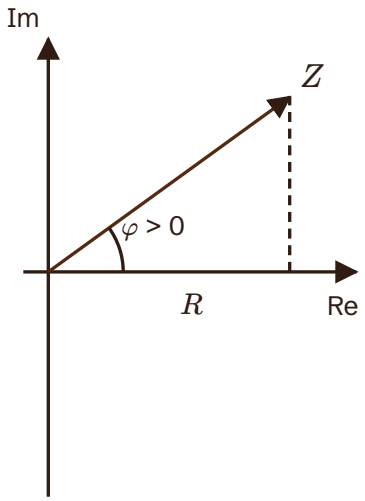
prąd skuteczny w obwodzie $I = \frac{U}{|Z|}$

Stan sinusoidalny ustalony; U i I są wartościami skutecznymi, a moduł Z > 0. Z ich ilorazu wyznaczamy tylko moduł impedancji, bez jej kąta fazowego.

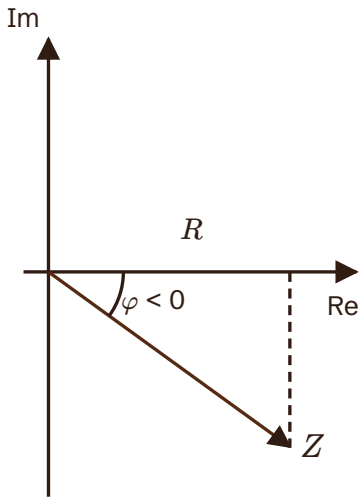
przesunięcie fazowe RLC $\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$

R > 0; faza napięcia względem prądu w (-pi/2, pi/2). Szeregowy obwód RLC w sinusoidalnym stanie ustalonym.

XL > XC: indukcyjny



XL < XC: pojemnościowy



Wykres wskazowy i znak przesunięcia fazowego, legenda

zależność	wzór / warunek
część urojona	Im Z = XL − XC
kąt fazowy	tg φ = (XL − XC)/R, R > 0
rezonans	XL = XC, Z = R, φ = 0

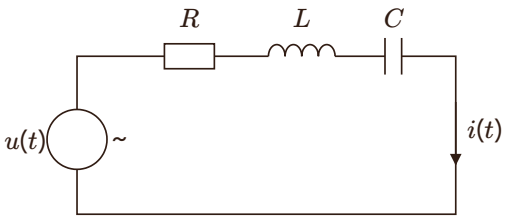
Wykres wskazowy i znak przesunięcia fazowego. Re i Im są osiami płaszczyzny zespolonej. Dla R > 0 kąt φ należy do $(-\pi/2, \pi/2)$. Przy XL > XC napięcie wyprzedza prąd; przy XL < XC napięcie opóźnia się. Długości wskazów są schematyczne, oba przypadki mają osobne skale.

częstotliwość rezonansowa LC $$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Idealne L,C > 0.

dobroć szeregowego RLC $$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Szeregowy model RLC, R,L,C > 0.



Stan ustalony AC: $Z = R + j(X_L - X_C)$

Szeregowy obwód RLC. R, L i C są połączone szeregowo, więc płynie przez nie ten sam prąd i(t). XL = ωL, XC = 1/(ωC), $j^2 = -1$. W stanie ustalonym sinusoidalnym wartości skuteczne spełniają I = U/|Z|.

Przebiegi i moc zespolona

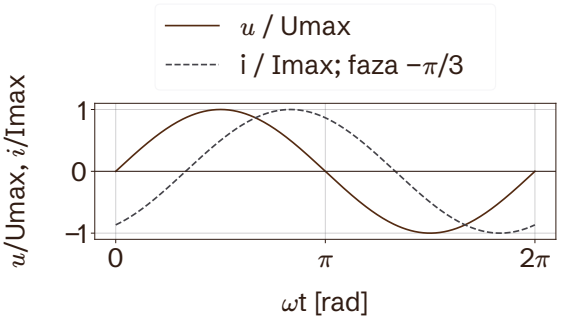
wartość skuteczna dowolnego przebiegu okresowego

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,dt}$$

Przebieg rzeczywisty o okresie T > 0; całka po pełnym okresie.

moc zespolona $$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = P + jQ$$

Wektory napięcia i prądu w wartościach skutecznych; konwencja odbiornikowa, * sprzężenie zespolone.



Przesunięcie fazowe napięcia i prądu. Przykład dla prądu opóźnionego o $\pi/3$. Amplitudy są znormalizowane; wykres nie określa napięcia w woltach ani prądu w amperach.

współczynnik THD napięcia $THD_U = \dfrac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_n^2}}{U_1}$

U_n skuteczne wartości harmonicznych, $U_1 > 0$; definicja względem harmonicznej podstawowej, wynik jako ułamek.

Moc AC i transformatory

Moc i przekładnia

moc czynna jednofazowa $P = UI\cos\varphi$

Przebiegi sinusoidalne, wartości skuteczne, konwencja odbiornikowa. Kąt φ odbiornika leży między −90° a 90° (cos $\varphi \geq 0$), więc $P \geq 0$.

moc bierna jednofazowa $Q = UI\sin\varphi$

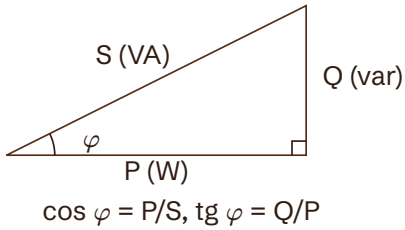
Przebiegi sinusoidalne; Q dodatnia dla obciążenia indukcyjnego.

moc pozorna jednofazowa $S = UI$

Przebiegi sinusoidalne, U i I skuteczne nieujemne.

trójkąt mocy $S^2 = P^2 + Q^2$

Stan sinusoidalny ustalony jednofazowy. Moce tworzą trójkąt prostokątny: P i Q to przyprostokątne, S przeciwprostokątna, a φ leży między bokiem P i bokiem S. Stąd cos φ = P/S, sin φ = Q/S i tg φ = Q/P. Wat (W), war (var) i woltoamper (VA) mają zgodne wymiary SI, lecz oznaczają odpowiednio moc czynną, bierną i pozorną. Zgodność wymiarów nie oznacza równości tych wielkości.



cos φ = P/S, tg φ = Q/P

Trójkąt mocy. Moc czynna P i bierna Q to przyprostokątne, moc pozorna S to przeciwprostokątna, a kąt φ leży między P i S. Dla odbiornika indukcyjnego Q > 0. Długości boków są schematyczne i nie określają wartości w watach ani varach.

współczynnik mocy $\cos\varphi = \dfrac{P}{S}$

Sinusoidalne napięcie i prąd; S > 0.

przekładnia napięciowa transformatora $\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{N_1}{N_2}$

Transformator idealny; wartości skuteczne i liczby zwojów dodatnie.

przekładnia prądowa transformatora $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{N_2}{N_1}$

Transformator idealny pod obciążeniem; porównujemy moduły prądów.

sprawność urządzenia $\eta = \dfrac{P_{wy}}{P_{we}}$

$P_{we} > 0$; wynik jest ułamkiem, do procentów pomnóż przez 100.

Transformator rzeczywisty i kompensacja

SEM sinusoidalna uzwojenia $E = 4{,}44 f N \Phi_{\max}$

Sinusoidalny strumień; E wartość skuteczna, $\Phi_{\max}$ wartość maksymalna w weberach. Współczynnik 4,44 to $2\pi/\sqrt{2} \approx 4{,}443$: 2π pochodzi z pochodnej sinusa (amplituda SEM to 2π f N $\Phi_{\max}$), a $\sqrt{2}$ zamienia amplitudę na wartość skuteczną.

moc baterii kondensatorów $Q_C = P(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2)$

Kompensacja sinusoidalnego obciążenia indukcyjnego pobierającego stałą moc czynną P > 0; $0 \leq \varphi_2 < \varphi_1 < \pi/2$. Q_C jest wartością mocy kompensującej, nie podpisaną mocą bierną kondensatora. Gdy w zadaniu podano cos φ, najpierw wyznacz φ = arccos(cos φ), a potem tg φ (dla $0 \leq \varphi < 90°$: tg $\varphi = \sqrt{(1 - \cos^2\varphi)}/\cos\varphi$).

Układy trójfazowe

Układ symetryczny

napięcia w gwieździe, układ symetryczny

$$U_L = \sqrt{3}U_f$$

Symetryczny układ sinusoidalny, wartości skuteczne; odbiornik w gwiazdę.

prądy w gwieździe $I_L = I_f$

Połączenie w gwiazdę; każdy przewód fazowy zasila jedną gałąź.

napięcia w trójkącie $U_L = U_f$

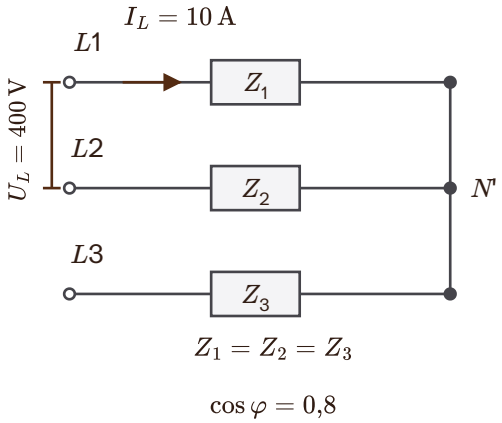
Każda gałąź trójkąta przyłączona między dwa przewody fazowe.

prądy w trójkącie, układ symetryczny $I_L = \sqrt{3}I_f$

Symetryczny odbiornik w trójkąt; przebiegi sinusoidalne, wartości skuteczne.

moc czynna trójfazowa $P = \sqrt{3}U_L I_L \cos\varphi$

Symetryczne zasilanie i odbiornik; sinusoidy, wartości skuteczne.



Symetryczny odbiornik trójfazowy w gwiazdę. Jednakowe impedancje Z_1, Z_2 i Z_3 mają wspólny punkt N'. Napięcie międzyfazowe wynosi 400 V, a prąd przewodowy 10 A. φ oznacza przesunięcie między napięciem i prądem tej samej fazy odbiornika; cosφ = 0,8. Wartości skuteczne, przebiegi sinusoidalne. N' nie jest połączony z zewnętrznym przewodem neutralnym; symetria ustala położenie jego potencjału.

moc bierna trójfazowa $Q = \sqrt{3}U_L I_L \sin\varphi$

Symetryczny układ sinusoidalny; konwencja odbiornikowa.

moc pozorna trójfazowa $S = \sqrt{3}U_L I_L$

Symetryczny układ sinusoidalny; wartości skuteczne nieujemne.

Maszyny elektryczne

Prędkość, poślizg i moment

prędkość synchroniczna $n_s = \dfrac{60f}{p}$

n_s w obr./min, f w Hz; p jest liczbą par biegunów, nie liczbą biegunów.

poślizg silnika indukcyjnego $s = \dfrac{n_s - n}{n_s}$

Dla pracy silnikowej 0 < s < 1 (s = 1 to wirnik w postoju). Gdy wirnik wyprzedza pole (n > n_s), poślizg jest ujemny i maszyna pracuje jako generator. Dla s > 1 wirnik kręci się przeciwnie do pola (hamowanie przeciwprądem).

częstotliwość prądu wirnika $f_2 = |s|f_1$

Częstotliwość nie jest ujemna, dlatego bierzemy wartość bezwzględną poślizgu. W postoju wirnika (s = 1) $f_2 = f_1$, a w pracy silnikowej (0 < s < 1) $f_2 < f_1$.

moment z mocy mechanicznej $M = \dfrac{P}{\omega}$

Moc mechaniczna i prędkość kątowa tego samego wału, $\omega \neq 0$; nie podstawiaj poboru elektrycznego bez uwzględnienia sprawności.

SEM maszyny prądu stałego $E = k_E \Phi \omega$

E to SEM indukowana w tworniku, a nie napięcie na zaciskach: w silniku U = E + $I_a R_a$, w prądnicy U = E − $I_a R_a$ (R_a to rezystancja twornika). Wzór zakłada stały strumień Φ.

moment maszyny prądu stałego $M = k_M \Phi I_a$

Strumień i prąd twornika; k_M stała konstrukcyjna w określonych jednostkach.

Pomiary i instalacje

Obliczenia i przyrządy

błąd graniczny przyrządu analogowego

$$\Delta_{\max} = \frac{k}{100} X_{\text{zakres}}$$

Klasa k to błąd graniczny w procentach zakresu, nie wskazania: błąd graniczny jest taki sam w każdym punkcie skali. Wzór stosuj tylko wtedy, gdy producent przyrządu tak definiuje klasę. Klasa k jest liczbą procentową (dla klasy 1 wpisz 1). Błąd graniczny ma tę samą jednostkę co zakres odniesienia, np. wolty przy zakresie w woltach.

krok idealnego przetwornika ADC

$$q = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2^n}$$

Idealny przetwornik n-bitowy o 2^n przedziałach: wzór daje krok 1 LSB = zakres/2^n. Część źródeł dzieli przez 2^n − 1 (8 bitów, 5 V: 19,61 mV zamiast 19,53 mV), więc sprawdź, której wersji wymaga zadanie.

spadek napięcia w obwodzie jednofazowym

$$\Delta U \approx 2Il(R' \cos\varphi + X' \sin\varphi)$$

l długość jednokierunkowa; R',X' na jednostkę długości jednego przewodu, przewód powrotny jednakowy; mały spadek, obciążenie sinusoidalne. Kalkulator przyjmuje długość w km, R' i X' w Ω/km, a kąt φ w stopniach (w tabeli symboli: m, Ω/m, rad).

spadek napięcia w obwodzie trójfazowym

$$\Delta U \approx \sqrt{3}Il(R' \cos\varphi + X' \sin\varphi)$$

Symetryczny układ trójfazowy; spadek napięcia międzyfazowego, l długość linii; jednostki długości zgodne. Kalkulator przyjmuje długość w km, R' i X' w Ω/km, a kąt φ w stopniach (w tabeli symboli: m, Ω/m, rad).

prąd z impedancji pętli

$$I = \frac{U_0}{Z_s}$$

Uproszczony model prądu zwarciowego; weryfikacja ochrony wymaga charakterystyki zabezpieczenia, układu sieci i właściwej normy. Nie jest to samodzielne kryterium bezpieczeństwa. W układzie TN ochrona jest skuteczna, gdy $Z_s \cdot I_a \le U_0$, gdzie I_a to prąd, przy którym zabezpieczenie wyłącza zasilanie w wymaganym czasie (dla wyłącznika typu B przyjmuje się zwykle $I_a = 5 \cdot I_n$, gdzie I_n to prąd znamionowy wyłącznika). Prąd z tego wzoru powinien być co najmniej równy I_a.

Siłowniki i pompa ciepła

Siła i pole czynne

siła teoretyczna siłownika

$$F = \Delta p A$$

Siła teoretyczna, bez tarcia. Po drugiej stronie tłoka jest ciśnienie atmosferyczne, więc Δp to nadciśnienie zasilania. Przy wysuwie polem czynnym jest całe pole tłoka, przy powrocie pole pierścienia (bez przekroju tłoczyska). Gdy po drugiej stronie też jest nadciśnienie, policz osobno siły z obu stron tłoka (ciśnienie razy pole) i odejmij.

pole tłoka przy wysuwie

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

Tłok ma przekrój kołowy; przy wysuwie ciśnienie działa na całe jego pole.

pole czynne siłownika przy powrocie

$$A = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$$

Tłoczysko jest po stronie, na którą przy powrocie działa ciśnienie, więc polem czynnym jest pierścień wokół tłoczyska.

Siłownik: wysuw i powrót

ruch	pole czynne	siła teoretyczna
wysuw	πD² / 4 = około 1257 mm²	około 754 N
powrót	π(D² − d²) / 4 = około 942 mm²	około 565 N

Siłownik: wysuw i powrót. Średnica tłoka D = 40 mm, tłoczyska d = 20 mm; nadciśnienie zasilania Δp = 6 bar = 600 000 Pa. Po drugiej stronie tłoka jest ciśnienie atmosferyczne. Tarcie pomijamy. Siła powrotu jest mniejsza, ponieważ pole czynne jest mniejsze.

Pompa ciepła

COP pompy ciepła z pomiarów $$COP = \frac{Q}{W}$$

Ciepło Q i energię W zmierz w tym samym przedziale czasu. Pompa ciepła oddaje więcej ciepła, niż pobiera energii elektrycznej, bo resztę bierze z otoczenia: COP = 4 znaczy, że z 1 kWh prądu powstają 4 kWh ciepła. Wynik poniżej 1 oznacza błąd pomiaru albo pracę gorszą niż zwykła grzałka. Wynik dotyczy tylko okresu pomiaru; średnią z całego sezonu grzewczego opisuje SCOP.

COP z dwóch pomiarów energii

energia	pomiar lub bilans	wartość
ciepło oddane Q	pomiar	12 kWh
energia pobrana W	pomiar	3 kWh
ciepło ze źródła	Q − W	9 kWh
COP	Q / W	4

COP z dwóch pomiarów energii. W tym samym przedziale czasu pompa oddała 12 kWh ciepła i pobrała 3 kWh energii elektrycznej, więc COP = 12/3 = 4. W uproszczonym bilansie, bez strat, pozostałe 9 kWh pochodzi z dolnego źródła, czyli z powietrza albo gruntu.